بکارگیری الگوریتم Big Bang-Big Crunch به عنوان رویکردی جدید در بهینه سازی سبد سهام و مقایسه آن با سایر روش های بهینه سازی

امیر امینی[۱]، علیرضا علی نژاد[۲]

تاریخ دریافت: ۹۵/۰۳/۱۰ تاریخ پذیرش:۹۶/۰۲/۰۹

چکیده

یکی از ویژگیهای مهم کشورهای صنعتی و توسعه یافته، وجود بازار فعال و پویای پول و سرمایه است. بنابراین سرمایه‌گذاری نقش تعیین کننده‌ای در رشد اقتصادی دارد. از اهداف اساسی این کشورها، دستیابی به رشد اقتصادی و توسعه ی پایدار می‌باشد. در کنار این از عمده ترین مسائل کشورهای جهان سوم، نبود ساختار مناسب برای سرمایه های افراد و سازمان ها می باشد. امروزه حجم قابل توجهی از کار مدیران سرمایه گذاری و همچنین به طور عموم سرمایه گذاران، ساختن سبد سهام کارآمدی از دارایی هاست که اهداف تقاضا را برآورده سازد. مفاهیم بهینه سازی سبد سهام و تنوع بخشی به مثابه ابزاری در راستای توسعه و فهم بازارهای مالی و تصمیم گیری مالی درآمده اند. انتشار نظریه انتخاب سبد سهام هری مارکویتز[۳]، اصلی ترین و مهم ترین موفقیت در این راستا بود. در این تحقیق از مدل میانگین– واریانس مارکویتز به همراه محدودیت‌های عدد صحیح و همچنین یک رویکرد فرا ابتکاری جدید به نام الگوریتم-Big Bang Big Crunch برای تشکیل سبد سهام بهره گرفته شده است. الگوریتم مورد استفاده در این تحقیق با سایر الگوریتم‌های فراابتکاری نظیر الگوریتم شبیه‌سازی تبریدی، ژنتیک و... با استفاده از داده‌های سهام شاخص‌های بورس هنگ کنگ، ایران و ژاپن مقایسه شده است و نتایج، حاکی از رقابتی بودن این الگوریتم برای حل مسأله بهینه‌سازی سبد سهام دارند.

واژگان کلیدی: مدل میانگین– واریانس مارکویتز، مسأله بهینه سازی سبد سهام، الگوریتم-Big Bang Big Crunch، محدودیت‌های عدد صحیح، مرز کارا.

طبقه‌بندی JEL: C61, G17, H54

---

۱. دانش آموخته کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، مؤسسه آموزش عالی الغدیر، تبریز، ایران، E- mail: mr62.amini@gmail.com

۲. دانشیار دانشکده مهندسی صنایع و مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد قزوین، قزوین، ایران

3. Harry Markowitz

۱. مقدمه

ارتباط صحیح بین نظام های مالی و تولیدی در هر کشوری از مهم ترین عوامل رشد و توسعه اقتصادی محسوب خواهد شد. بانک ها به عنوان بخش اصلی نظام مالی نقش اصلی را در تأمین مالی بخش های تولیدی تجاری و مصرفی حتی دولت به عهده خواهد داشت. در ایران نیز با توجه به ساختار اقتصادی کشور و به دلائلی هم چون عدم توسعه بازارهای سرمایه و سایر شبکه های غیربانکی و قراردادی تأمین مالی بخش های واقعی اقتصاد بر عهده شبکه بانکی کشور است.

یکی از ویژگی های مهم کشورهای صنعتی و توسعه یافته، وجود بازار فعال و پویای پول و سرمایه است. به عبارت دیگر، اگر پس اندازهای افراد با مکانیسم صحیح به بخش تولید هدایت شوند، علاوه بر بازدهی که برای صاحبان سرمایه به ارمغان می آورند می توانند به عنوان مهم ترین عامل تأمین سرمایه، برای راه اندازی طرح های اقتصادی جامعه نیز مفید باشند و در صورتی که به جریان های ناسالم اقتصادی راه پیدا کنند، آثار نامناسبی را برای جامعه خواهند داشت. بنا بر عقیده صاحب نظران، یکی ازدلایل توسعه نیافتگی کشورهای در حال توسعه، پایین بودن سطح سرمایه گذاری ثابت در این کشورها می باشد. از عمده ترین مسائل کشورهای جهان سوم نبود ساختار مناسب برای سرمایه های افراد و سازمان ها می باشد. از طرفی اهمیت مشارکت فعال سرمایه گذاران در بازار بورس اوراق بهادار به حدی است که ماهیت وجود بورس اوراق بهادار به سرمایه گذاری افراد وابسته است (راموز، ۱۳۸۴).

مسائل بهینه سازی سبد سهام از اوایل دهه ۵۰ میلادی مورد توجه محققان قرار گرفت. نظریه نوین پرتفوی که اولین بار توسط مارکویتز مطرح شد، پارادایم سازمان یافته ای را به سوی تشکیل پرتفویی با بالاترین نرخ بازده مورد انتظار در سطح معینی از ریسک (خصوصیت کلیه پرتفوی های موجود در مجموعه کارا) ایجاد نمود. بنا بر نظریه مارکویتز، شخص برای یک سطح معین از بازده، می تواند با حداقل کردن ریسک سرمایه گذاری، واریانس پرتفوی را حداقل کند، یا در سطح معینی از ریسک که برای سرمایه گذار قابل

تحمل باشد، شخص می تواند بازده حداکثری را در نظر بگیرد که نـرخ بـازده مـورد انتظـار پرتفوی را افزایش دهد (Lin & Mitsuo, 2007).

اگر چه ظاهرا برخی روش های بهینه سازی برای ساختارهای نسبتا ساده قابل اجـرا بنظـر می رسند، لیکن هنوز هم بکارگیری آنها در تعدیل بهینه سازی ساختارهای با مقیاس بزرگ پیچیدگی مخصوص خود را دارد. مشکل دیگـر در بکـارگیری روش هـای بهینـه سـازی کلـی در ارتباط با هزینه محاسباتی توجیه ناپذیر و غیرقابل قبول لازم بـرای بهینـه سـازی رفتـار تعـدیلی بکـار گرفته شده در ساختارهای با درجـات آزادی بـالا مـی باشـد(Koruk & Sanliturk, 2014) . طـی صـد سـالهی اخیـر تـلاشهـای بسـیاری در راسـتای هـدایت سـرمایه گـذاران بـه نحـوه سرمایهگذاری مناسب صورت گرفته و مـدلهـای بـی شـماری عرضـه شـده اسـت. مفـاهیم بهینهسازی سبد سهام و تنوع بخشی به مثابه ابزاری در راستای توسعه و فهم بازارهای مالی و تصمیمگیری مالی در آمدهاند. انتشار نظریه انتخاب سبد سهام هری مارکویتز اصـلیتـرین و مهمترین موفقیت در این راستا بود. از آن زمان این مدل تغییرات و بهبودهای فراوانـی را در شیوه نگرش سرمایهگذاران به سرمایهگذاری و سبد سـهام ایجـاد کـرد کـه سـرمایهگـذاران ریسـک و بـازده را بـه صـورت توأمـان در نظـر بگیرنـد و میـزان تخصـیص سـرمایه بـین فرصتهای سرمایهگذاری گوناگون را بر اساس تعامل بین این دو انتخاب نمایند. هـدف از ایـن تحقیـق اسـتفاده از ایـن الگـوریتم بـرای حـل مسـأله میـانگین- واریـانس مـارکویتز بـا محدودیتهای عدد صحیح و مقایسه آن با سایر الگـوریتمهـای مطـرح شـده بـا اسـتفاده از معیارهای خطای موجود در ادبیات این مسأله میباشـد.به منظـور تسـت الگـوریتم و مقایسـه نتایج آن با الگوریتمهای GA،TS،PSO و SA از مجموعه دادههای قیمت هفتگی سـهام از مارس ۱۹۹۲ تا سپتامبر ۱۹۹۷ مربوط به شاخصهای Hang Seng (هنگ کنگ) و Nikkei (ژاپن) بهره گرفته شده است که تعداد سهام بـرای هـر شـاخص بـه ترتیـب ۳۱ و ۲۲۵ سـهم میباشـد. در نهایـت بـا توجـه بـه مقایسـه مـرز کـارای بدسـت آمـده از ایـن روش بـا سـایر الگوریتمهای مطرح شده و آنالیز نتایج در مورد کاربرد این الگوریتم در بهینـه سـازی سـبد سهام نتیجهگیری خواهد شد. این تحقیق، از منظـر هـدف یـک تحقیـق کـاربردی، از منظـر

نحـوه گـردآوری دادههـا یـک تحقیـق تـاریخی و از منظـر چیسـتی پـژوهش در زمـره پـژوهش‌هـای کمـی قـرار مـی‌گیـرد، همچنـین ایـن تحقیـق از نـوع کتابخانـه‌ای(در آن نظریـه‌ها،اصـطلاحات و ادبیـات موضـوع ایـن مطلـب مـورد بررسـی قـرار گرفتـه اسـت) مـی‌باشـد.روش‌هـای بسـیاری بـرای تشـکیل سـبد سـهام وجـود دارد کـه یکـی از اولـین و پرکاربردترین روش‌ها در این حوزه مدل میانگین-واریانس مارکویتز می‌باشد. با توجـه بـه اینکه این مدل در شکل اولیه خود بسیاری از جنبه‌های غیر قابل اغماض دنیای واقعـی را در نظر نمی‌گیرد، در عمل استفاده از آن برای تشکیل سبد سهام مناسب به نظر نمی‌رسد. بـرای حـل ایـن مشـکل محققـین بـا افـزودن محـدودیت‌هـایی نظیـر محـدودیت عـدد صـحیح، محدودیت رندز و... به مدل اصلی توانستند به بسـیاری از نیازهـای سـرمایه گـذاران پاسـخ گویند. افزودن چنین محدودیت‌هایی به مدل اصـلی از یـک سـو بـه واقعـی‌تـر شـدن مـدل کمک کرده و از دگر سو موجب دشوار شدن حل مدل می‌گردد چنانکه با افـزودن برخـی از محدودیت‌ها نظیر محدودیت‌های عـدد صـحیح بـه مسـأله اصـلی، روش‌هـای کلاسـیک دیگر قادر به حل مدل نبوده و محققین تمایل به استفاده از روش‌های فرا ابتکاری و تقریبـی دارند. این‌گونه روش‌ها لزوماً به جواب بهینه نمی‌رسند اما قادر به پیـدا کـردن جـواب‌هـایی نزدیک به جواب بهینه هستند. از الگوریتم‌های فـرا ابتکـاری اسـتفاده شـده بـرای حـل ایـن مسأله می‌توان بـه شـبیه سـازی تبریـدی ، آسـتانه پـذیرش ، جسـتجوی ممنوعـه ، الگـوریتم ژنتیک ، الگوریتم بهینه سازی دسته پرندگان و شبکه‌های عصبی اشاره نمـود و طبـق مـرور ادبیات صورت گرفته هیچ یک از این روش‌ها برتـری مطلقـی نسـبت یکـدیگر نداشـته‌انـد. الگوریتم BB-BC از الگوریتم‌های فرا ابتکاری جدید بوده که بـه تـازگی توسـط ایـرول و اکسین (۲۰۰۵) پیشـنهاد شـده اسـت (Erol & Eksin, 2005). مطالعـات انجـام شـده نشـان می‌دهند این الگوریتم کارا بوده و عملکرد بهتری نسبت به سایر الگوریتم‌های فـرا ابتکـاری نظیر الگوریتم ژنتیک تقویت شـده دارد(Wang et al., 2006; Fieldsend et al., 2004; Kaveh & Talatahari, 2010; Yamakazi & Konno, 1991).

۲. ادبیات پژوهش

اگر چه کمینه کردن خطرپذیری و بیشینه کردن بازده سرمایه گذاری ساده به نظر می رسد، اما در عمل روش های متعددی برای تشکیل پرتفوی بهینه بـه کـار رفتـه اسـت، مـارکویتز نظریه مدرن پرتفوی را به عنوان یک روش کلاسیک به صورت فرمـول ریاضـی بیـان کـرد (Markowitz, 1952). الگوریتم های بهینه سازی در حـدود ۴ دهـه قبـل معرفـی شـدند تـا جوابهای نزدیک به بهینه را برای مسائلی که نمی شد توسط تکنیک های محاسباتی موجود در آن زمان به شـیوه ای کـارا حـل شـوند تولیـد کننـد (Desai & Prasad, 2013). بعـدها معرفی روش های جدید تحت عنوان الگوریتم های فراابتکاری موج جدید به همـراه رشـد شگفت انگیز بکارگیری آنها برای حل مسائل کاربردی را موجب شـد. امـروزه روش هـای بهینه سازی تکاملی از جمله الگوریتم ژنتیک[1] و بهینه سازی ازدحام ذرات[2] پژوهشـگران و صنایع را جهت حل مسائل گسترده مجذوب خود کرده اسـت (Sivanandam & Deepa, 2009; Panda et al., 2009). با وجود این روش های بهینه سازی، تـلاش هـای زیـادی در راستای نیل به روش هـای بهینـه سـازی کلـی اسـت (Parmar et al., 2007). پژوهشـگران همچنان در تلاش برای دستیابی به یک روش بهینه سازی فراگیر هستند که بتواند با کـارایی به کلیه مسائل چندوجهه اعمال شود.

با توجه به جذابیت مسأله بهینه سازی سـبد سـهام بـرای محققـان، انـواع مختلفـی از ایـن مسأله فرموله شد. کونو و یامازاکی (Bars et al., 2012) مدل برنامه ریـزی خطـی پیشـنهاد دادند که در آن بازده از توزیع نرمال چند متغیره تبعیت می کرد. برخی از محققان با افزودن محـدودیت‌هـای کـاربردی نظیـر هزینـه معـاملاتی (Kennedy & Eberhart, 1995) نقـد شوندگی(Tobin, 1958) بازگشت سرمایه (Crama & Schyns, 2003) و... به مـدل اولیـه مارکویتز موجب نزدیک شدن آن به محدودیت‌های دنیای واقعی شده‌اند. اگرچـه افـزودن

1. Genetic Algorithm
2. Particle Swarm Optimization (PSO)

برخی از این محدودیت‌ها موجب پیچیدگی مسأله شده و حل آن را حتی برای مثال‌های کوچک نیز دشوار می‌سازد.

چنگ و همکاران (۲۰۰) الگوریتم‌های ژنتیک، شبیه سازی تبریدی و جستجوی ممنوعه را برای حل این مسأله با محدودیت‌های عدد صحیح پیشنهاد دادند. فرنانداز و گومز(۲۰۰۷) الگوریتمی بر مبنای شبکه عصبی پیشنهاد نمودند. تولو و رولی در سال ۲۰۰۷ مروری بر کاربرد الگوریتم‌های فرا ابتکاری در حل مسأله بهینه سازی سبد سهام شامل الگوریتم شبیه‌سازی تبریدی(Crama & Schyns, 2003)، آستانه پذیرش(Loraschi & Tettamanzi, 1996) ، جستجوی ممنوعه، الگوریتم ژنتیک و کلونی مورچگان(Anione et al., 1993) داشته‌اند و کورا (۲۰۰۹) لگوریتم اجتماع پرندگان را برای حل این مسأله پیشنهاد نمود. از زمانی که مارکویتز مدل خود را منتشر کرد، این مدل تغییرات و بهبودهای فراوانی را در شیوه نگرش مردم به سرمایه گذاری و سبد سهام ایجاد کرد و به عنوان ابزاری کارا برای بهینه سازی سبد سهام به کار گرفته شد (Lai et al, 2006). مارکویتز پیشنهاد کرد که سرمایه گذاران ریسک و بازده را به صورت توأمان در نظر بگیرند و میزان تخصیص سرمایه بین فرصت های سرمایه گذاری گوناگون را براساس تعامل بین این دو انتخاب نمایند (Fabozzi, et al, 2007). اخیرا الگوریتم Big Bang Big Crunch (BBBC) به عنوان یک روش تکامل یافته محاسباتی به دلیل حل مؤثر مسائل مورد توجه قرار گرفته است (Genc & Hocaoglu, 2008; Kumbasar et al., 2008a; Kumbasar et al., 2008b; Camp, 2007; Dogan & Istefanopulos, Gen et al., 2009). از مشخصه های بارز این روش همگرایی سریع آن، نیاز نداشتن به الگوریتم های حدس دقیق مراحل ابتدایی و جستجوی حداکثری فضای مسأله می باشد. روشی ساده و ذاتا شهودی است که بکارگیری آن ساده است (Tabakov & Pavel, 2011). علاوه بر این، فهم آن آسان و فرم پایه آن ساده است. بنابراین، کاربرد آن در حل مسائل بهینه سازی مختلط عدد صحیح که نوعی از سیستم های پیچیده مهندسی است ، مفید می باشد (Hakkl et al., 2010).

الگوریتم BB-BC اولین بار توسط ایرول و اکسین در سال ۲۰۰۶ ارائه شد (Erol & Eksin, 2005). این الگوریتم از تکامل یکی از تئوری های فراگیر فیزیک و اخترشناسی الهام گرفته شده است که سعی در تشریح چگونگی پیدایش، تکامل و پایان گیتی با عنوان فازهای Big Bang–Big Crunch دارد (Desai & Prasad, 2013). در فاز Big Bang، جهان با استفاده از یک انفجار از حالت متراکم و بسیار ریز شکل گرفته است. پراکندگی و اتلاف انرژی در این فاز سبب بی نظمی و تصادفی بودن می شود. لیکن ذراتی که در این فاز به صورت تصادفی توزیع شده بودند در ادامه و در فاز Big Crunch به نظم ویژه ای در می آیند (Fatih Kucuktezcan, 2015; Deihimi & Solat, 2015; Kumbasar & Istemihan Genc & Hagras, 2014).

آلاتاس (۲۰۱۱) این الگوریتم را تحت عنوان Uniform Big Bang–Chaotic Big Crunch (UBB–CBC) توسعه داد و برای توابع هدف بنچمارک آن را با BB-BC مقایسه نمود. حسنسبی و کاظم‌زاده (۲۰۱۲) برای طراحی کدبیس قاب‌های فلزی از این الگوریتم بهره گرفته‌اند. در این مطالعه نشان داده شده است این روش می‌تواند به عنوان روشی قابل توجه در مقایسه با سایر الگوریتم‌ها برای بهینه‌سازی مطرح گردد. کمپ و فارا (۲۰۱۳) از BB-BC در طراحی قاب های بتن مسلح استفاده نمودند. در تحقیق دیگری که توسط کوباسار و همکاران (۲۰۱۱) انجام شده از BB-BC به همراه مدل‌های فازی جهت استفاده از مدل سیستم معکوس به عنوان یک کنترل کننده استفاده شده است. این الگوریتم عمدتا جهت حل مسائل بهینه سازی بکار می رود و در مقایسه با سایر روش های جامعه محور این روش ارائه گر حجم محاسباتی کمتر و سرعت پوشش بیشتر می باشد (Sedighizadeh et al., 2014). لازم بذکر است که در خصوص مطالعات مالی مرور ادبیاتی در خصوص این الگوریتم وجود نداشته و تحقیق حاضر جزء اولین مطالعات در حوزه کاربرد این الگوریتم در مسائل مالی می‌باشد.

۳. مدلسازی مساله بهینه سازی سبد سهام

در شکل اولیه مسأله بهینه سازی سبد سهام، ما به دنبال سبدی از سهام (دارایی) هستیم که ریسک را در سطح مشخصی از بازده کمینه کند. در مدل‌سازی مطرح شده توسط مارکویتز ریسک به عنوان واریانس بازده سهام موجود در سبد اندازه‌گیری می‌شود (Markowitz Harry, 1952). این مدل به شکل زیر می‌باشد:

$$Min\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\sigma_{ij}x_i x_j \qquad (۱)$$

Subject to:

$$\sum_{i=1}^{N} r_i x_i = r_p \qquad (۲)$$

$$\sum_{i=1}^{N} x_i = 1 \qquad (۳)$$

$$i=1, 2, \ldots, N \; x_i \geq 0 \qquad (۴)$$

N تعداد کل دارایی‌های موجود و x_i نسبت پول سرمایه گذاری شده در دارایی i ام می‌باشد. برای هر دارایی نرخ بازده با متغیر تصادفی R_i نمایش داده می‌شود که میانگین آن r_i بوده و نشان‌دهنده بازده مورد انتظار دارایی i ام می‌باشد.

σ_{ij} کوواریانس بازده مورد انتظار دو دارایی i و j است. تابع هدف این مسأله واریانس بوده و با σ_p^2 نمایش داده می‌شود($\sigma_p^2=\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\sigma_{ij}x_i x_j$). بازده مورد انتظار سبد سهام عبارتست از $\sum_{i=1}^{N} r_i x_i$ و r_p میانگین بازده مورد نیاز سبد را نمایش می‌دهد. محدودیت (۳) موجب می‌شود تا مجموع وزن دارایی‌ها یک شده و کل بودجه سرمایه گذار سرمایه گذاری شود.

با تعریف ضریب ناسازگاری ریسک λ ($\lambda\in[0,1]$) می‌توان محدودیت (۲) را به تابع هدف برد که با این تغییر مدل به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$\text{Max } (1-\lambda)\sum_{i=1}^{N} r_i x_i - \lambda \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} \sigma_{ij} x_i x_j \tag{۵}$$

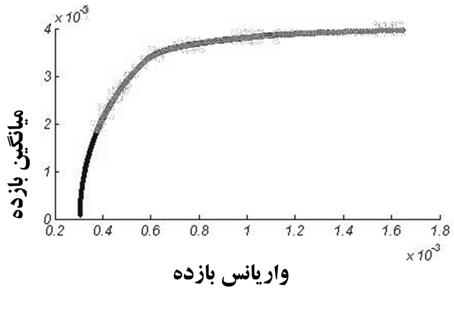
Subject to:

$$\sum_{i=1}^{N} x_i = 1 \tag{۶}$$

$$i = 1, 2, \ldots, N \; x_i \geq 0 \tag{۷}$$

این مسأله یکی از انواع مسائل چند هدفه می‌باشد. عموماً این‌گونه مسائل چندین جواب بهینه متفاوت با یکدیگر دارند. با حل مسأله برای مجموعه‌ای از مقادیر λ می‌توان جواب‌های مربوط به حالات بین این دو حالت حدی را بدست آورده و مرز کارای غیر محدود مارکویتز را ترسیم نمود. لازم به ذکر است که هر نقطه روی مرز کارا یک جواب بهینه می‌باشد بنابراین سرمایه گذار می‌تواند با توجه به نیازمندی‌های مشخص، ریسک و یا بازده مدنظر خود را انتخاب نماید. این مرز کارای محدود از حل بهینه پارتو تشکیل می‌شود بدین معنی که هیچ جوابی امکان بهتر شدن روی یک معیار را بدون بدتر شدن روی معیار دیگر نخواهد داشت.

برای مدل‌سازی مطرح شده (معادلات۷-۵) مرز کارا یک منحنی بوده که نشان‌دهنده رابطه جایگزینی بین ریسک و بازده می‌باشد. شکل (۱) مرز کارا را برای مجموعه داده‌های شاخص Nikkei (شاخص بورس ژاپن) با در نظر گرفتن ۲۰۰۰ مقدار مختلف برای λ نمایش می‌دهد که به این مرز کارا، مرز کارای استاندارد می‌گویند(Fernández & Gómez, 2007).



شکل ۱. نمونه‌ای از مرز کارای استاندارد مربوط به مجموعه داده های شاخص Nikkei

مسأله بهینه سازی سبد سهام با محدودیت‌های عدد صحیح شامل دو محدودیت ذیل بعلاوه محدودیت‌های مسأله اصلی می‌باشد:

الف) تعداد دارایی‌های موجود در سبد سرمایه گذاری معمولاً محدود به یک مقدار مشخص می‌باشد. می‌توان با تعریف متغیر دودویی z_i این محدودیت را به شکل ذیل نوشت:

$$\sum_{i=1}^{N} z_i = k \qquad (۸)$$

z_i برابر با یک است چنانچه دارایی i در سبد باشد و در غیر این صورت برابر با صفر است. این محدودیت مدیریت سبد را تسهیل نموده و موجب کاهش هزینه‌های آن می‌گردد.

ب) محدودیت دوم حداقل نسبت (ε_i) و حداکثر نسبتی(δ_i)که دارایی i ام می‌تواند در سبد داشته باشد را تعیین می‌کند. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\varepsilon_i z_i \le x_i \le \delta_i z_i \qquad (۹)$$

که در آن $0 \le \varepsilon_i \le \delta_i \le 1$ و ($i=1, 2, \ldots, N$) می‌باشد.

با تعریف دو محدودیت فوق می‌توان مسأله بهینه سازی سبد سهام با محدودیت‌های عدد صحیح را به صورت ذیل نوشت:

$$\text{Max} \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} \sigma_{ij} x_i x_j \qquad (۱۰)$$

subject to:

$$\sum_{i=1}^{N} x_i = 1 \qquad (۱۱)$$

$$\sum_{i=1}^{N} z_i = k \qquad (۱۲)$$

$$\varepsilon_i z_i \le x_i \le \delta_i z_i \quad i=1, 2, \ldots, N \qquad (۱۳)$$

$$z_i = \{0,1\} \quad i=1, 2, \ldots, N \qquad (۱۴)$$

با اضافه کردن محدودیت‌های عدد صحیح، شکل مرز کارا تغییر کرده و به صورت منحنی غیر پیوسته در می‌آید که به آن مرز کارای محدود (مرز کارای عمومی) گفته

می‌شود. در این حالت روش‌های سنتی برنامه ریزی درجه دوم قادر به حل این مسأله نمی‌باشد[۱۲]. مدل تعریف شده (معادلات۱۴-۱۰) یک برنامه ریزی ترکیبی عدد صحیح درجه دوم بوده و الگوریتم کارایی برای حل آن وجود ندارد، بنابراین این تحقیق، الگوریتم BB-BC را به عنوان یک رویکرد تکاملی فرا ابتکاری جدید مورد استفاه قرار می دهد که از گام های اصلی زیر تشکیل شده است:

۱- تولید N جواب اولیه به صورت تصادفی با توجه به محدودیت‌های فضای جستجو

۲- محاسبه تابع تناسب برای همه جواب‌ها

۳- پیدا کردن مرکز چگال از رابطه زیر و یا انتخاب عضو با بهترین مقدار تناسب به عنوان مرکز چگال

$$\vec{x}^{c} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{f^{i}} \vec{x}^{i}}{\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{f^{i}}}$$

۴- محاسبه جواب‌های جدید حول مرکز چگال با استفاده از توزیع نرمال که مقدار انحراف استاندارد آن با افزایش تعداد تکرارها کاهش می‌یابد که به صورت زیر فرموله می‌شود:

$$\mathrm{x}^{\mathrm{new}} = \mathrm{x}^{\mathrm{c}} + \mathrm{lr}/\mathrm{k}$$

که در این رابطه x^{c} مرکز چگال، l حد بالای پارامتر، r عدد تصادفی نرمال و k گام تکرار است. بنابراین نقطه جدید $\mathrm{x}^{\mathrm{new}}$ در داخل حد بالا و حد پایین خود خواهد بود.

۵- برگشت به گام ۲ تازمانی که شرط پایان الگوریتم تحقق یابد. به این صورت که به تعداد تکرار مشخص مجددا مرکز چگال محاسبه شده و الگوریتم تکرار می‌شود.

٤. روش پژوهش

مدلسازی BB-BC برای حل مساله بهینه سازی سبد سهام به شرح مراحل ذیل می باشد:

٤-۱. تولید جواب اولیه

گام ۱- از بین کل دارایی‌های موجود (N)، k دارایی به صورت تصادفی انتخاب می‌شود. مجموعه دارایی‌های انتخاب شده را با S نمایش می‌دهیم و مقادیر x و z آنها را بصورت زیر تعیین می‌نماییم:

$$z_i = 1 \quad \forall\, i \in S$$
$$z_i = 0 \quad \forall\, i \notin S$$
$$x_i = 0 \quad \forall\, i \notin S$$

گام ۲- به کلیه دارایی‌های مجموعه S مقدار ε متناظر با آن را اختصاص می‌دهیم و مقدار باقیمانده از کل سرمایه (r) را محاسبه می کنیم، بنابراین:

$$x_i = \varepsilon_i \quad \forall\, i \in S$$
$$r = 1 - \textstyle\sum_{\forall i \in S} \varepsilon_i$$

گام ۳- برای هر دارایی مجموعه S مقدار تصادفی c بین ۰ و ۱ تولید می‌شود و مقادیر x را به صورت زیر بروز می‌نماییم:

$$x_i = \varepsilon_i + \frac{c_i}{\sum_{\forall\, i \in S} c_i} . r \quad \forall\, i \in S$$

گام ۴- باتوجه به حد بالای x ها بایستی $x_i \leq \delta_i$ باشد بنابراین تمامی x هایی که از حد بالای خود تجاوز کرده‌اند را برابر با حد بالای خود قرار می‌دهیم. اگر S' مجموعه دارایی‌هایی که مقدار حد بالای خود را گرفته و S" مجموعه دارایی‌هایی که در بین حدود بالا و پایین هستند را نشان دهند. مقادیر x ها مجددا به صورت زیر بروز رسانی می گردد.

$$x_i = \delta_i \quad \forall\, i \in S'$$
$$r = 1 - \left(\textstyle\sum_{\forall i \in S''} \varepsilon_i + \sum_{\forall i \in S'} \delta_i\right)$$
$$x_i = \varepsilon_i + \frac{c_i}{\sum_{\forall i \in S''} c_i} . r \quad \forall\, i \in S''$$

با توجه به تعدیلات فوق کلیه جواب‌های تولید شده در این مرحله شدنی بوده و کلیه محدودیت‌های مسأله را ارضا می‌نمایند. به همین شیوه M جواب اولیه تولید می گردد.

در نهایت بایستی برای کلیه دارایی‌ها نسبت v_i محاسبه شود:

$$v_i = \frac{r_i}{sd_i} \qquad i = 1, 2, \ldots, N$$

در رابطه فوق r_i میانگین بازدهی و sd_i انحراف استاندارد بازده دارایی i ام می‌باشند. این نسبت میزان کیفیت دارایی را نشان می‌دهد. بطور کلی هرچه بازدهی دارایی بیشتر و انحراف استاندارد آن کمتر باشد آن دارایی از نظر سرمایه گذار گزینه مناسب‌تری برای سرمایه‌گذاری می‌باشد.

۴-۲. محاسبه تابع تناسب

تابع تناسب در این الگوریتم همان تابع هدف بوده و با استفاده از معادله زیر محاسبه می‌شود:

$$f_i = (1-\lambda)\sum_{i=1}^{N} r_i x_i - \lambda \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} \sigma_{ij} x_i x_j$$

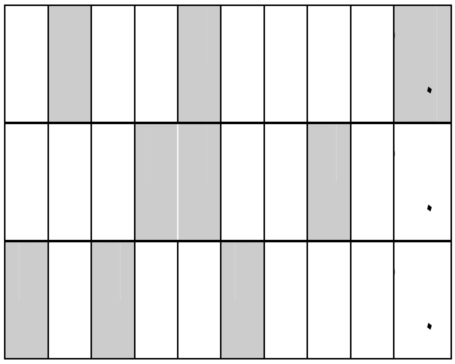
۴-۳. پیدا کردن مرکز چگال

سناریو اول: می‌توان بهترین سبد سهام از منظر مقدار تابع تناسب را به عنوان مرکز چگال در نظر گرفت.

سناریو دوم: در این سناریو از یک رویه احتمالی ابتکاری استفاده می‌شود.

گام ۱- γ٪ از کل سبدهای سهامی که بهترین مقادیر تابع تناسب را دارند انتخاب می‌گردند، این مجموعه را با B نمایش می‌دهیم. به فرض $\gamma = 10$ باشد بنابراین از بین ۳۰ سبد سهام تشکیل شده سه سبد سهام A، B و C را که بهترین مقادیر تابع تناسب را دارند برمی گزینیم. f_A، f_B و f_C به ترتیب مقدار تابع تناسب آن‌ها را نمایش می‌دهد. شکل زیر هر یک از سبدهای سهام را نشان می‌دهد (N=10 و k=3). شماره‌های تیره دارایی‌هایی از سبد سهام هستند که مقدار گرفته‌اند.

Port A
Port B
Port C



گام ۲- به دارایی‌های موجود در هر سبد سهام احتمالی متناسب با مقدار تابع تناسب آن سبد سهام برای انتخاب شدن در مرکز چگال تخصیص می‌دهیم. احتمال انتخاب کل دارایی سبد سهام i ام با Pi نمایش داده می‌شود.

$$f_{min} = \min\{f_i\} \ , i = 1, \dots , M$$

$$P_i = \frac{f_i - f_{min}}{\sum_{\forall\, i \in S} f_i - N f_{min}}$$

بنابراین احتمال انتخاب دارایی jام در مرکز چگال (P_j) به صورت زیر محاسبه می گردد.

$$P_j = \frac{\sum_{\forall j |\, z_{ij}=1} \frac{P_i}{k}}{\sum_i P_i}$$

طبق تعریف فوق برای دارایی‌هایی که در بیش از یک سبد سهام وجود دارند (دارایی پنجم در سبد سهام A و B) احتمال حضور دارایی در مرکز چگال، مجموع احتمال نسبی سبدهای سهام A و B می باشد.

حال k دارایی از بین کل دارایی‌ها به صورت تصادفی و با استفاده از تابع احتمال P نرمالایز شده برای حضور در مرکز چگال انتخاب می گردد، مجموعه این دارایی‌ها C نامیده می‌شود. مقدار z دارایی‌های منتخب را برابر با ۱ قرار داده و برای بقیه دارایی‌ها صفر قرار می‌دهیم.

همانگونه که از رویه فوق پیداست دارایی‌هایی که در سبد های سهام با تابع تناسب بیشتر هستند شانس بیشتری برای حضور در مرکز چگال دارند همچنین دارایی‌هایی که در بیش از یک سبد سهام هستند نیز شانس مضاعفی برای حضور در مرکز چگال پیدا می کنند.

گام ۳- در این مرحله بایستی مقدار x های مرکز چگال را تعیین نماییم. چنانچه دارایی‌ای تنها در یک سبد سهام ظاهر شود مقدار x آن همان مقدار در سبد سهام می‌باشد اما در صورتی که دارایی‌ای در بیش از یک سبد سهام وجود داشته باشد به ترتیب ذیل عمل می‌کنیم:

سبدهای سهامی که شامل x مورد نظر می‌باشند به ترتیب صعودی مقدار تابع تناسب مرتب می‌کنیم و مقدار تابع تناسب جدید را بصورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$f'_i = f_i - f_{min} + 1$$

در رابطه فوق f'_i مقدار تابع تناسب جدید، f_i مقدار تابع تناسب قبلی و f_{min} کمترین مقدار تابع تناسب می‌باشد. حال x_i به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$x_i = \frac{\sum_{\forall j \in B} \frac{1}{f'_{ij}} x_{ij}}{\sum_{\forall j \in B} \frac{1}{f'_{ij}}}$$

همانگونه که ملاحظه می‌شود سیگماها بر روی j بسته شده که بیانگر سبدهای سهام شامل x_i می‌باشد.

٤-٤. رویه تعدیل

در این رویه مقادیر x بدست آمده از گام قبلی تعدیل شده تا مجموع آن‌ها برابر با یک گردد. نحوه این تعدیلات به شکل ذیل می‌باشد:

$$x_i = \varepsilon_i \quad if\ x_i \le \varepsilon_i$$
$$x_i = \delta_i \quad if\ x_i \ge \delta_i$$

چنانچه مجموع x های مرحله قبل را که مقادیر حد بالا و یا پایین خود را گرفته‌اند X بنامیم خواهیم داشت:

$$x_i = \frac{x_i}{\sum_{\forall i} x_i}(1 - X) \quad if\ \varepsilon_i < x_i < \delta_i$$

با اجرای رویه فوق مجموع مقادیر x ها برابر با یک شده و محدودیت کف و سقف نیز همواره برقرار خواهد بود.

در مرحله کد نویسی هر دو سناریو کد شده و سناریو برتر برای حل انتخاب شده است.

٤-٥. محاسبه جواب‌های جدید

برای تولید جواب‌های جدید بایستی در وهله اول، k دارایی ای که در سبد سهام جدید هستند مشخص شوند. بدین منظور دو نوع تابع احتمالی بصورت زیر تعریف شده است.

$$P^{I}(u,t) = \frac{2(u-\alpha t)}{k(k+1)-2k\alpha t} \quad u = 1, 2, \dots, k$$

$$P^{II}(u,t) = \frac{(1-\alpha^{t})\alpha^{ut}}{\alpha^{t}-\alpha^{t(k+1)}} \quad u = 1, 2, \dots, k$$

به فرض قصد تولید سبد سهام جدید A را داریم. در ابتدا فرض می‌کنیم این سبد سهام از نظر نوع دارایی‌های انتخاب شده کاملاً مشابه مرکز چگال می‌باشد. در مرحله بعد k^* را با استفاده از تابع احتمال فوق تولید می‌نماییم($k^* \leq k$). حال برای تشکیل سبد سهام جدید باید $m=k-k^*$ دارایی را سبد سهام A حذف نموده و m دارایی جدید به سبد سهام اضافه نماییم. بدین منظور عدد تصادفی r را بین صفر و یک تولید می‌کنیم. اگر $r<0.5$ باشد یکی از دارایی‌ها سبد سهام A رابه تصادف حذف نموده و دارایی دیگری که در سبد سهام وجود ندارد را به تصادف انتخاب نموده و به سبد اضافه می‌نماییم. چنانچه $r \geq 0.5$ باشد، دارایی که کمترین مقدار v را از بین دارایی‌های موجود در سبد سهام دارد حذف و یک دارایی از بین دارایی‌های انتخاب نشده که مقدار v آن از میانگین مقادیر v دارایی‌های فعلی سبد سهام بیشتر است به تصادف به سبد سهام A اضافه می‌گردد. این روند ادامه پیدا می‌کند تا m دارایی جدید جایگزین m دارایی قبلی در سبد سهام A شوند.

مقدار z دارایی‌های حذف شده برابر صفر و مقدار z دارایی‌های اضافه شده را برابر یک قرار می‌دهیم. به این ترتیب محدودیت عدد صحیح مسأله همواره برقرار خواهد بود.

حال نوبت به تعیین مقادیر x دارایی‌های انتخاب شده در سبد سهام می‌رسد. برای هر دارایی موجود در سبد سهام جدید A دو وضعیت وجود دارد.

وضعیت اول: دارایی در مرکز چگال نیز حضور دارد.

وضعیت دوم: دارایی در مرکز چگال نیز حضور ندارد.

برای وضعیت اول مقدار x به صورت زیر تعیین می‌شود.

برای تشکیل سبد سهام جدید با استفاده از تابع احتمال منتخب فوق عددی به تصادف تعیین می‌شود که نشان‌دهنده تعداد دارایی‌های مشترک سبد سهام جدید با مرکز چگال خواهد بود.

$$x_{Ai} = x_{ci} + \frac{r\beta(\delta_i - \varepsilon_i)}{t}$$

که در رابطه فوق x_{ci} مقدار دارایی i ام در مرکزچگال است. r عدد تصادفی نرمال بوده که مقدار انحراف استاندارد آن با افزایش تعداد تکرارها کاهش می‌یابد. β یک عدد ثابت بوده که محدود کننده فضای جستجو است. x_{Ai} نیز مقدار دارایی i ام را در سبد سهام جدید A را نمایش می‌دهد.

حال اگر $x_{Ai} \geq \delta_i$ باشد آن را مساوی δ_i قرار می‌دهیم، اگر $x_{Ai} \leq \varepsilon_i$ باشد آن را مساوی ε_i قرار می‌دهیم و اگر $\varepsilon_i < x_{Ai} < \delta_i$ مقدار x_{Ai} تغییری نخواهد کرد. مقدار باقیمانده از کل دارایی (w) را محاسبه می‌نماییم.

$$w = 1 - \sum\nolimits_{\forall i \in S,A} x_{Ai}$$

حال مقدار w را به دارایی‌های وضعیت دوم تخصیص می‌دهیم. برای کلیه x هایی که در وضعیت دوم هستند عدد تصادفی c بین صفر و یک تولید می‌شود و بصورت زیر مقدار باقیمانده از کل سرمایه تخصیص پیدا می‌کند.

$$x_i = \varepsilon_i + \frac{c_i}{\sum_{\forall i \in A} c_i} . \left(w - \sum\nolimits_{\forall i \in A} \varepsilon_i\right) \quad \forall\, i \in A$$

با توجه به تعدیلات فوق کلیه محدودیت‌ها ارضا خواهند شد.

پس از این مرحله مجددا مرکز چگال محاسبه شده و الگوریتم تکرار می‌شود تا شرط پایان آن تحقق یابد. شرط پایان در الگوریتم مذکور رسیدن به تعداد تکرار مشخص خواهد بود.

۵. یافته های پژوهش

الگوریتم ارائه شده در این تحقیق با چهار الگوریتم ژنتیک، جستجوی ممنوعه، شبیه سازی تبریدی و اجتماع پرندگان مقایسه شده است. داده‌های تست مورد استفاده برای بازار هنگ

کنگ و ژاپن در مطالعات مشابه نیز مورد استفاده قرار گرفته‌اند. این داده‌ها مربوط به قیمت‌های هفتگی سهام از مارس ۱۹۹۲ تا سپتامبر ۱۹۹۷ مربوط به شاخص‌ها Hang Seng هنگ کنگ، Nikkei ژاپن می باشد. به منظور تشکیل سبد سهام از بازار بورس ایران نیز، قیمت‌های روزانه سهام مربوط به فروردین ۸۸ تا اسفند ۹۰ شاخص TEPIX ایران مورد استفاده قرار گرفته است. برای هر مجموعه داده تعداد دارایی‌ها (N) به ترتیب برابر ۳۱، ۲۱۵ و ۹۰ سهم می‌باشد که نماینده مجموعه داده‌های با حجم کم، زیاد و متوسط می‌باشند.

در کلیه محاسبات *k=10*، $\varepsilon_i = 0.01$، $\delta_i = 1$ برای (*i=1, 2, ..., N*) لحاظ شده است. ۵۱ مقدار مختلف برای λ با $\lambda\Delta = 0.02$ ($\lambda = 0, 0.02, 0.04, \dots, 0.98, 1$) در نظر گرفته شده است. سایر الگوریتم‌های مورد مقایسه نیز از همین داده‌ها استفاده می‌کنند. لازم بذکر است مشخصات سیستم مورد استفاده برای اجرای این الگوریتم Core 2 Dou, 2.16 GHz computer with 3 GB of memory بوده و از نرم افزار MATLAB 7.10.0 برای اجرای الگوریتم بهره گرفته شده است. تعداد اجرای BB-BC، ۱۰۰۰ اجرا و تعداد M=100 در نظر گرفته شده است. نتایج مربوط به الگوریتم‌های GA، SA،TS وPSO از مقاله کورا[۷] استخراج گردیده‌اند.

در این مطالعه برای مقایسه الگوریتم ها سه نوع خطا تعریف شده که عبارتند از: میانگین فاصله اقلیدسی[۱]، خطای واریانس بازده[۲] و خطای میانگین بازده[۳] که به صورت زیر بدست می‌آیند.

اگر (v_i^s, r_i^s)(*i=1, 2, ..., 2000*) واریانس و میانگین بازده روی مرز کارای استاندارد باشند و (v_j^h, r_j^h)(*j=1, 2, ..., 51*) واریانس و میانگین بازده یک نقطه روی مرز بدست آمده از الگوریتم ابتکاری باشد و $(v_{i_j}^s, r_{i_j}^s)$ یک نقطه روی مرز کارای استاندارد باشد که کمترین فاصله اقلیدسی را نسبت به نقطه (v_j^h, r_j^h)دارد، i_j بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathrm{i_j} = \arg\min_{i=1,2,\dots,2000}\left(\sqrt{(v_i^s - v_j^h)^2 + (r_i^s - r_j^h)^2}\right) \quad j=1, 2, \dots, 51$$

1. Mean Euclidean distance
2. Variance of return error
3. Mean return error

بنابراین میانگین فاصله اقلیدسی، خطای واریانس بازده و خطای میانگین بازده به ترتیب به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{Mean Euclidean distance} = \left(\sum_{j=1}^{51}\left(\sqrt{(v_{i_j}^{s} - v_j^{h})^2 + (r_{i_j}^{s} - r_j^{h})^2}\right) \times 1/51\right.$$

$$\text{Variance of return error} = \left(\sum_{j=1}^{51} 100\left|\frac{(v_{i_j}^{s} - v_j^{h})}{v_j^{h}}\right|\right) \times 1/51$$

$$\text{Mean return error} = \left(\sum_{j=1}^{51} 100\left|\frac{(r_{i_j}^{s} - r_j^{h})}{r_j^{h}}\right|\right) \times 1/51$$

با اجرای الگوریتم BB-BC برای داده‌های مربوط به شاخص‌های مختلف به مرز کارای عمومی تعریف شده دست می‌یابیم. با بدست آوردن نقاط مرز کارای عمومی قادر به محاسبه معیارهای خطا خواهیم بود.

جدول ۱. مقایسه الگوریتم های فراابتکاری از منظر شاخص های محاسباتی

	GA	TS	SA	PSO	BB-BC
	Hang Seng				
Mean Euclidian distance	۰/۰۰۴	۰/۰۰۴	۰/۰۰۴	۰/۰۰۴۹	۰/۰۰۰۰
Variance of return error (%)	۱/۶۴۴۱	۱/۶۵۷۸	۱/۶۶۲۸	۱/۲۴۲۱	۱/۵۰۶۹
Mean return error (%)	۰/۶۰۷۲	۰/۶۱۰۷	۰/۶۲۳۸	۰/۷۴۲۷	۰/۵۸۳۳
	Nikkei				
Mean Euclidian distance	۰/۰۰۹۳	۰/۰۰۱	۰/۰۰۱	۰/۰۰۱۹	۰/۰۰۰۰
Variance of return error (%)	۱/۲۰۵۶	۱/۲۴۳۱	۱/۲۰۱۷	۱/۴۲۷۴	۱/۹۵۰۱
Mean return error (%)	۰/۳۲۶۶	۰/۴۲۰۷	۰/۴۱۲۶	۰/۷۹۹۷	۰/۴۵۷۷

همان‌گونه که مشاهده می‌شود الگوریتم BB-BC با توجه به خطای میانگین فاصله اقلیدسی نسبت به سایر الگوریتم‌ها برتری داشته و خطای آن تقریباً برابر صفر می‌باشد. همچنین در داده‌های مربوط به شاخص هنگ سنگ، واریانس بازده الگوریتم BB-BC

نسبت به سایر الگوریتم‌ها کمتر می‌باشد. در حالیکه برای خطای واریانس بازده در مجموعه داده Nikkei و خطای میانگین بازده در هر دو مجموعه داده‌ها هیچ یک از الگوریتم‌ها به یکدیگر برتری ندارند. الگوریتم BB-BC برای شاخص Hang Seng عملکرد بهتری نسبت به سایر شاخص‌ها دارد که این مسأله با حجم داده‌های کمتر این بازار مرتبط می‌باشد بنابراین می‌توان این روش را برای بازارهای کوچک تر توصیه نمود.

٦. زمان رسیدن به حل نزدیک به بهینه

یکی دیگر از معیارهای مقایسه الگوریتم‌های فرا ابتکاری زمان مورد نیاز برای رسیدن به جواب می‌باشد. در جدول زیر این زمان‌ها برای الگوریتم BB-BC وGA آورده شده است (بدون احتساب زمان تولید جواب اولیه).

جدول۲. مقایسه زمان حل GA وBB-BC

الگوریتم	متوسط زمان مورد نیاز برای حل (ثانیه)		
	Hang Seng	Nikkei	TEPIX
BB-BC	۳۸	۴۱۲	۱۱۲
GA	۹۴	۱۲۱۶	۳۲۷

همان‌گونه که ملاحظه می‌شود زمان اجرای الگوریتم BB-BC بسیار کمتر از GA بوده که این برتری برای مجموعه داده‌های بزرگ خود را بیشتر نشان می‌دهد.

۷. درصد مشارکت

برای مقایسه بهتر الگوریتم‌ها با الهام از مطالعه فرنانـدز و گـومز (۲۰۰۷)، مـرزهـای کـارای بدست آمده از دو روش رقیب را ادغام کرده و جـواب‌هـای تحـت تسـلط را از آن حـذف می‌کنیم. مرز بدست آمده بهترین جواب‌های حاصل از دو الگـوریتم را مشـخص مـی‌کنـد. برای مقایسه الگوریتمBB-BC، الگوریتم ژنتیک به عنوان الگـوریتم رقیـب مطـرح در نظـر گرفته شده است.

درصد مشارکت الگوریتم BB-BC برای سه بازار هنگ کنگ، ژاپن و ایران بـه ترتیـب ۸۸٪، ۹۱٪ و ۹۳٪ و درصد مشارکت الگوریتم ژنتیک برای سه بـازار بـه ترتیـب برابـر ۱۲٪، ۹٪ و ۷٪ می‌باشد.

با توجه به معیار درصد مشارکت همانگونـه کـه ملاحظـه مـی‌گـردد الگـوریتم BB-BC عملکرد بسیار بهتری نسبت به GA داشته و قادر به تخمین نقاط بیشتری از مرز کارا است.

۸. نتیجه‌گیری

در بررسی راه حل های بهینه مسائل پیچیده، بویژه در مسائلی با بهینه گرهای محلـی متعـدد، تناقض عمده بین "صحت"، "قابلیت اعتماد" و "زمان محاسبه" می باشـد. در مـواردی کـه روش های بهینه سازی سنتی در ارائه راه حل های قابل اعتماد ناتوان هستند، الگوریتم هـای تکاملی می توانند جایگزین های جذابی ارائه دهند. اگر چه الگوریتم ژنتیـک کلاسـیک یـا رویکرد حدی آن ممکن است همواره تحت تأثیر همگرایی فوق العـاده کندشـان باشـند، و لذا این روش ها عموما در دستیابی به جواب بهینه کلی در یک دوره زمانی کوتـاه بـه شـیوه ای صحیح و قابل اعتماد کند و ناتوان هستند. هر چند آنها توانایی حل تقریبی یک مسأله را با یافتن فضاهای مورد نظر در کل فضای مورد بحث به شیوه مطمئن دارا می باشند.

در این پژوهش نشان داده شده است که مهمترین نقص روش الگوریتم ژنتیک و دیگـر روش های بهینه سازی یعنی سرعت رسیدن به همگرایی می توانـد بـا بکـارگیری الگـوریتم Big Bang-Big Crunch پوشش داده شود. یکی دیگر از نتایج مهم این پـژوهش کـه بعـد از تحلیل یافته های بدست آمده از روش های متنوع حاصل شد ایـن اسـت کـه روش BB-BC برخلاف سایر روشهای بهینه سازی نقطه بهینـه کلـی را در فضـای جـواب بـا حـداکثر سرعت همگرایی ممکن می یابد.

گفتنی است در این تحقیق برای اولین بار از الگوریتم BB-BC در حوزه مسائل مـالی و برای حل مسأله بهینه‌سازی سبد سهام استفاده شد. این الگوریتم در شـکل اولیـه خـود بـرای حل مسائل پیوسته مناسـب بـوده کـه یکـی از نـوآوری‌هـای ایـن تحقیـق بکـار گـرفتن ایـن

الگوریتم در حل مسائل گسسته می‌باشد. همچنین از جمله سایر نوآوری‌های این تحقیق می‌توان به تعریف توابع احتمالی گسسته متناسب با کاربرد این الگوریتم برای حل مسأله بهینه سازی سبد سهام اشاره نمود. با استفاده از این توابع با پیش رفتن تعداد اجراهای الگوریتم تعداد دارایی‌های مشترک با مرکز چگال طبق یک رویه احتمالی افزایش پیدا کرده و احتمال تعداد دارایی‌های مشترک اندک به مرور کمتر و کمتر می‌شود.

در ادامه این الگوریتم با الگوریتم GA، SA، TS و PSO که از شناخته شده‌ترین الگوریتم‌های فرا ابتکاری بوده از ابعاد مختلف مقایسه شده است. همچنین این مقایسات باتوجه به داده‌های واقعی سه بازار هنگ کنگ (بازار با حجم کوچک)، ایران (حجم متوسط) و ژاپن (حجم بزرگ) صورت پذیرفته است.

الگوریتم BB-BC بر روی معیارهایی میانگین فاصله اقلیدسی، واریانس خطای بازده، میانگین خطای بازده در بازار کوچک هنگ کنگ برتری کاملی بر الگوریتم ژنتیک، بهینه‌سازی دسته پرندگان، شبیه سازی تبریدی و جستجوی ممنوعه نشان داد و می‌توان نتیجه گرفت این الگوریتم برای کلیه سرمایه گذاران اعم از ریسک گریز و ریسک پذیر در بازارهای کوچک قابل توصیه می‌باشد. لازم بذکر است که سه خطای فوق فاصله مرز کارای بدست آمده را از مرز کارای عمومی می‌سنجند که طبق نتایج حاصله برای کلیه سرمایه گذاران با مقادیر λ های مختلف جواب‌های حاصل از این الگوریتم نسبت به سایر الگوریتم‌ها فاصله کمتری با مرز کارای عمومی دارند. در خصوص بازار ژاپن نیز این برتری نسبت به معیار میانگین فاصله اقلیدسی وجود دارد که با توجه به مقدار تقریباً برابر با صفر این خطا به این مفهوم بوده نقاط بدست آمده از این الگوریتم تقریباً منطبق با نقاط مرز کارای عمومی می‌باشند.

در خصوص زمان حل این الگوریتم نیز همانگونه که بیان شد نیاز به زمانی در حدود ۳۰٪ زمان مورد نیاز GA برای حل مسأله می‌باشد که این مسأله به سوآرم محور بودن این الگوریتم باز می‌گردد. علیرغم پیشرفت سیستم‌های کامپیوتری مسأله زمان حل در مجموعه

داده‌های بزرگ مسأله مهمی بوده کـه ایـن الگـوریتم در خصـوص معیـار زمـان نیـز برتـری منطقی بر GA دارد.

درخصوص معیار درصد مشارکت نیز در هر سه بازار کمتر از ۱۲٪ نقـاط بدسـت آمـده متعلق به الگوریتم GA بوده و مابقی مربوط به الگوریتم BB-BC می‌باشد. بـا توجـه بـه ایـن مسأله به صورت عام به سرمایه گذاران طیف‌های مختلف می‌تـوان اسـتفاده از ایـن روش را توصیه نمود.

۹. پیشنهاد برای پژوهش های آتی

با توجه به عملکرد مناسب الگوریتم BB-BC پیشنهاد می‌شود در سایر مسائل مالی نیز عملکرد آن سنجیده شود. از جمله مزایای این روش نسبت به سایر الگوریتم‌های فرا ابتکاری می‌توان به سادگی آن اشاره نمود. که استفاده و کاربرد آن را در عمل نیز سهل الوصول می‌سازد. همچنین از ترکیب این الگوریتم با سایر الگوریتم‌ها نیز می‌توان به عنوان روش‌های جدید بهره گرفت. مطمئناً مزایای این روش‌ها در کنار یکدیگر به تولید روشی قابل اتکا تر نسبت به استفاده از الگوریتم‌ها به صورت تکی می انجامد.

از جمله سایر موارد پیشنهادی می‌توان ترکیب ایـن روش را بـا روش‌هـای بهینـه سـازی قطعی را در نظر گرفت. به این شکل که با استفاده از الگوریتم BB-BC سبد سـهام تشـکیل شده و نوع سهام موجـود در سـبد انتخـاب گـردد سـپس بـا توجـه بـه ایـن کـه محـدودیت کاردینالیتی از بین رفته می‌تـوان بـا اسـتفاده از روش‌هـای قطعـی بهینـه سـازی نسـبت سـهام موجود در سبد را بهینه نمود.

منابع

۱- راموز، نجمه (۱۳۸۴). انتخاب پرتفوی بهینه با استفاده از مدل برنامه ریزی توافقی، پایان نامه کارشناسی ارشد، تهران، دانشگاه الزهرا.

2- Anione, S., Loraschi, A. & Tettamanzi, A. (1993). A genetic approach to portfolio selection. Neural Network World, 6, 597-604.

3- Alatas, B. (2011). Uniform Big Bang–Chaotic Big Crunch optimization. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 16(9), 3696–3703.

4- Bars, I., Chen, S.-H., Steinhardt, P. J. & Turok, N. (2012). Antigravity and the big crunch/big bang transition. Physics Letters B, 715(1–3), 278–281.

5- Camp, C.V. (2007). Design of space trusses using Big Bang–Big Crunch optimization, J. Struct. Eng. 133 (7), 999–1008.

6- Camp, C. V. & Huq, F. (2013). CO2 and cost optimization of reinforced concrete frames using a big bang-big crunch algorithm. Engineering Structures, 48(0), 363–372.

7- Chang, T. J., Meade, N., Beasley, J., & Sharaiha, Y. (2000). Heuristics for cardinality constrained portfolio optimisation. Computers and Operations Research, 27, 1271-1302.

8- Crama, Y. & Schyns, M. (2003). Simulated annealing for complex portfolio selection problems. European Journal of operational research, 150, 546-571.

9- Cura, T. (2009). Particle swarm optimization approach to portfolio optimization. Nonlinear Analysis: Real World Applications, 10, 2396-2406.

10-Deihimi, A. & Solat, A. (2015). Optimized echo state networks using a big bang–big crunch algorithm For distance protection of series-compensated transmission lines, Electrical Power and Energy Systems, 54, 408–424.

11-Desai, R. & Prasad, R. (2013). A novel order diminution of LTI systems using Big Bang Big Crunch optimization and Routh Approximation, Applied Mathematical Modelling, 37, 8016–8028.

12-Dogan, M. Istefanopulos, Y. (2007). Optimal nonlinear controller design for flexible robot manipUlators with adaptive internal model, IET Control Theory Appl. 1 (3), 770–778.

13-Dueck, G. & Winker, P. (1992). New concepts and algorithms for portfolio choice. Applied Stochastic Models and Data Analysis, 8, 159-178.

14-Erol, O.K. & Eksin, I. (2005). A new optimization method: Big Bang–Big Crunch. Advances in Engineering Software 37 (2006) 106–111.

15-Fabozzi, Frank J., Petter N. Kolm, Dessislava A. Pachamanova, Sergio M. Focardi, (2007), Robust Portfolio Optimization and Management, John Wiley & Sons, Inc.
16-Fatih Kucuktezcan, C. & Istemihan Genc, V.M. (2015). Preventive and corrective control applications in power systems via Big Bang–Big Crunch optimization, Electrical Power and Energy Systems, 67, 114–124.
17-Fernández, A., & Gómez, S. (2007). Portfolio selection using neural networks. Computers & operations research, 34, 1177-1191.
18-Fieldsend, J. E., Matatko, J., & Peng, M. (2004). Cardinality constrained portfolio optimisation. Intelligent Data Engineering and Automated Learning–IDEAL 2004, 788-793.
19-Genc, H.M., Hocaoglu, A.K. (2008).Bearing-only target tracking based on Big Bang–Big Crunch algorithm, in: The 3rd Int.Multi-Conference on Computing in the Global Information Technology, (ICCGI 2008), 229–233.
20-Gen, H.M. Erol, O.K. Eksi, L. (2009). An Application and Solution to Gate Assignment Problem for AtatOrk Airport, DECOMM, 2009.
21-Hakkl M. Gene, Ibrahim Eksin, Osman K. Erol (2010). Big Bang–Big crunch optimization algorithm hybridized with local directional moves and application to target motion analysis problem, in: IEEE International Conference on Systems Man and Cybernetics (SMC), pp. 881–887.
22-Hasançebi, O. & Kazemzadeh Azad, S. (2012). An exponential big bang-big crunch algorithm for discrete design optimization of steel frames. Computers & Structures, 110–111(0), 167–179.
23-Kaveh, A. & Talatahari, S. (2010). Optimal design of Schwedler and ribbed domes via hybrid Big Bang–Big Crunch algorithm. Journal of Constructional Steel Research, 66(3), 412–419.
24-Kennedy, J. & Eberhart, R. (1995). Particle swarm optimization. IEEE.
25-Koruk, H. & Sanliturk, K. (2014). Optimization of damping treatments based on big bang–big Crunch and modal strain energy methods, Journal of Sound and Vibration, 333, 1319–1330.
26-Kumbasar, T., Yesil, E., Eksin, I., Guzelkaya, M. (2008). Inverse fuzzy model control with online adaptation via Big Bang–Big Crunch optimization, in: 3rd International Symposium on Communications, Control, and Signal Processing (ISCCSP), pp. 697–702.
27-Kumbasar, T., Eksin, I., Guzelkaya, M., Yesil, E. (2008). Big Bang Big Crunch optimization method based fuzzy model inversion, in: Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics) 5317 LNAI, pp. 732–740.

28-Kumbasar, T. & Hagras, H. (2014). Big Bang–Big Crunch optimization based interval type-2 fuzzy PID cascade controller design strategy, Information Sciences (Article in press).
29-Lai, king keung, leanYu, Shouyang Wang, & Chengxiong Zhou, (2006), A Double-Stage Genetic Optimization Algorithm for Portfolio Selection, ICONIP 2006, part T, LNCS 4234, pp. 928-937.
30-Lin, Chi-Ming, Mitsuo Gen, (2007), An Effective Decision-Based Genetic Algorithm Approach to Multi objective Portfolio Optimization Problem, Applied Mathematical Sciences, Vol.1, no.5, 201–210.
31-Loraschi, A. & Tettamanzi, A. (1996). An evolutionary algorithm for portfolio selection within a downside risk framework. Forecasting Financial Markets, Series in Financial Economics and Quantitative Analysis, 275-285.
32-Markowitz Harry, M. (1952). Portfolio selection. Journal of Finance, 7, 77-91.
33-Panda, S., Yadav, J. S., Patidar, N., Ardil, P. C. Evolutionary techniques for model order reduction of large scale linear systems, Int. J. Comput. Math. Sci., 3(1), 28–34.
34-Parmar, G., Prasad R., Mukherjee, S. (2007). Order reduction of linear dynamic systems using stability equation method and GA, Int. J. Comput. Inf. Eng. 1(1), 26–32.
35-Pavel, Y. Tabakov, O. (2011). Big Bang–Big Crunch optimization method in optimum design of complex composite laminates,World Acad. Sci. Eng. Technol. 77.
36-Sedighizadeh, M., Esmaili, M. & Esmaeili, M. (2014). Application of the hybrid Big Bang-Big Crunch algorithm to optimal reconfiguration and distributed generation power allocation in distribution systems, Energy, 76, 920-930.
37-Sivanandam, S.N., Deepa,S.N. (2009). Comparative study using genetic algorithm and particle swarm optimization for lower order system modelling, Int. J. Comput. Internet Manage., 17(3), 1–10.
38-Tobin, J. (1958). Liquidity preference as behavior towards risk. The Review of Economic Studies, 25, 65-86.
39-Wang, S., Chen, J., Wee, H. & Wang, K. (2006). Non-linear stochastic optimization using genetic algorithm for portfolio selection. International Journal of Operations Research, 3, 16-22.
40-Yamakazi, H. & Konno, H. (1991). Mean absolute deviation portfolio optimization model and its application to Tokyo stock market. Management Science, 37, 519-531.